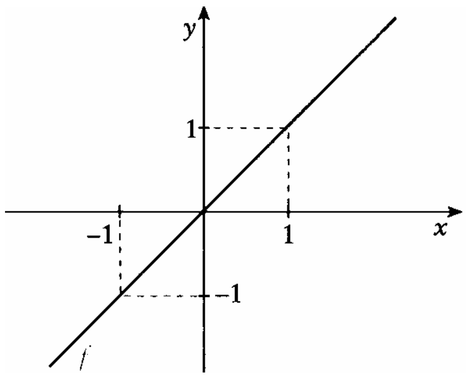
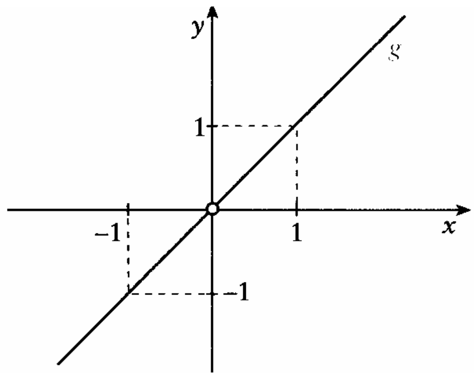
Operações com funções

- <u>Igualdade de funções</u>

Serão iguais as funções *f* e *g* definidas por: $f(x)=x$ e $g(x)=\dfrac{x^2}{x}$ **?**

Observando o gráfico de cada uma das funções tem-se:





Os gráficos de *f* e *g* não são iguais. A função *g* não é contínua. O ponto (0 , 0) não pertence ao gráfico de *g* .

Logo, as funções *f* e *g* não são iguais porque o domínio de *f* (D_f= IR) e o domínio de *g* (D_g = IR\{0}).

Duas funções *f* e *g* , reais de variável real, são iguais se:

1. $D_f = D_g$
2. $f(x) = g(x), \forall x \in D_f$

- <u>Soma, diferença, produto e quociente de funções</u>

Para definir uma função deve indicar-se o domínio, o conjunto de chegada (no caso das funções reais de variável real é sempre IR) e uma expressão analítica que permita determinar a imagem de cada objecto.

Neste tema, vamos introduzir algumas operações com funções. Assim como é possível adicionar, subtrair, multiplicar e dividir números reais, também é possível efectuar as mesmas operações com funções.

Por exemplo, se $f(x) = x$ e $g(x) = 3$, Então $f(x) + g(x)= x + 3$ *.*

A nova função y = x + 3 é chamada de **Função soma *f + g* .**

De modo idêntico se definem as funções $f - g$, $f \times g$ e $\dfrac{f}{g}$

Sendo $f(x) = x^2+1$ e $g(x) = x+1$

Função soma

$$\boxed{(f+g)(x) = f(x) + g(x); \qquad D_{f+g} = D_f \cap D_g}$$

$(f+g)(x) = x^2+1+x+1$
$= x^2+x+2$ $\qquad D_{f+g} = IR \cap IR = IR$

• $f+g: IR \longrightarrow IR$
$x \mapsto y = x^2+x+2$

.**Função diferença**

$$\boxed{(f-g)(x) = f(x) - g(x); \quad D_{f-g} = D_f \cap D_g}$$

$(f-g)(x) = x^2+1-(x+1)$
$= x^2 - x$ $\qquad D_{f-g} = IR \cap IR = IR$

• $f-g: IR \longrightarrow IR$
$x \mapsto y = x^2-x$

Função Produto

$$\boxed{(f \times g)(x) = f(x) \times g(x); \qquad D_{fxg} = D_f \cap D_g}$$

$(f \times g)(x) = (x^2 + 1)(x + 1)$
$= x^3+x^2+x+1$ $\qquad D_{fxg} = IR \cap IR = IR$

• $fxg: IR \longrightarrow IR$
$x \mapsto y = x^3+x^2+x+1$

Função quociente

$$\boxed{\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}; \qquad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g \cap \{x \in IR : g(x) \neq 0\}}$$

$\frac{f}{g}(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$ $\qquad D_{\frac{f}{g}} = IR \cap IR \cap IR \setminus \{-1\} = IR \setminus \{-1\}$

• $\frac{f}{g}: IR \setminus \{-1\} \longrightarrow IR$
$x \mapsto y = \frac{x^2+1}{x+1}$