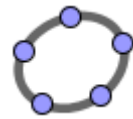


# GeoGebra Quickstart

Guía Rápida de Referência sobre *GeoGebra*

[www.geogebra.at](http://www.geogebra.at)

autor: Markus Hohenwarter | [Markus.Hohenwarter@sbg.ac.at](mailto:Markus.Hohenwarter@sbg.ac.at)



## *Introdução*

Geometria, Álgebra e Cálculo estão disponíveis no programa educativo de geometria dinâmica *GeoGebra*, galardoado em numerosas ocasiões, um software que conjuga geometria e álgebra. Está escrito na linguagem *Java*, em código aberto e funciona em qualquer plataforma (*Microsoft Windows*®, *Linux*, *Macintosh*®, etc).

Permite construir de modo simples, *pontos*, *figuras*, *segmentos*, *rectas*, *vectores*, *cónicas* e também gráficos de funções dinamicamente modificáveis com o *rato*. *GeoGebra* também admite expressões como:  $g: 3x + 4y = 7$  ou  $c: (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$  e oferece uma gama de comandos entre os que cabe destacar a *derivação* e a *integração*.

A característica mais destacável de *GeoGebra* é a percepção dupla dos objectos: cada expressão na *janela de Álgebra* corresponde a um objecto da *Zona de Gráficos* e vice-versa.

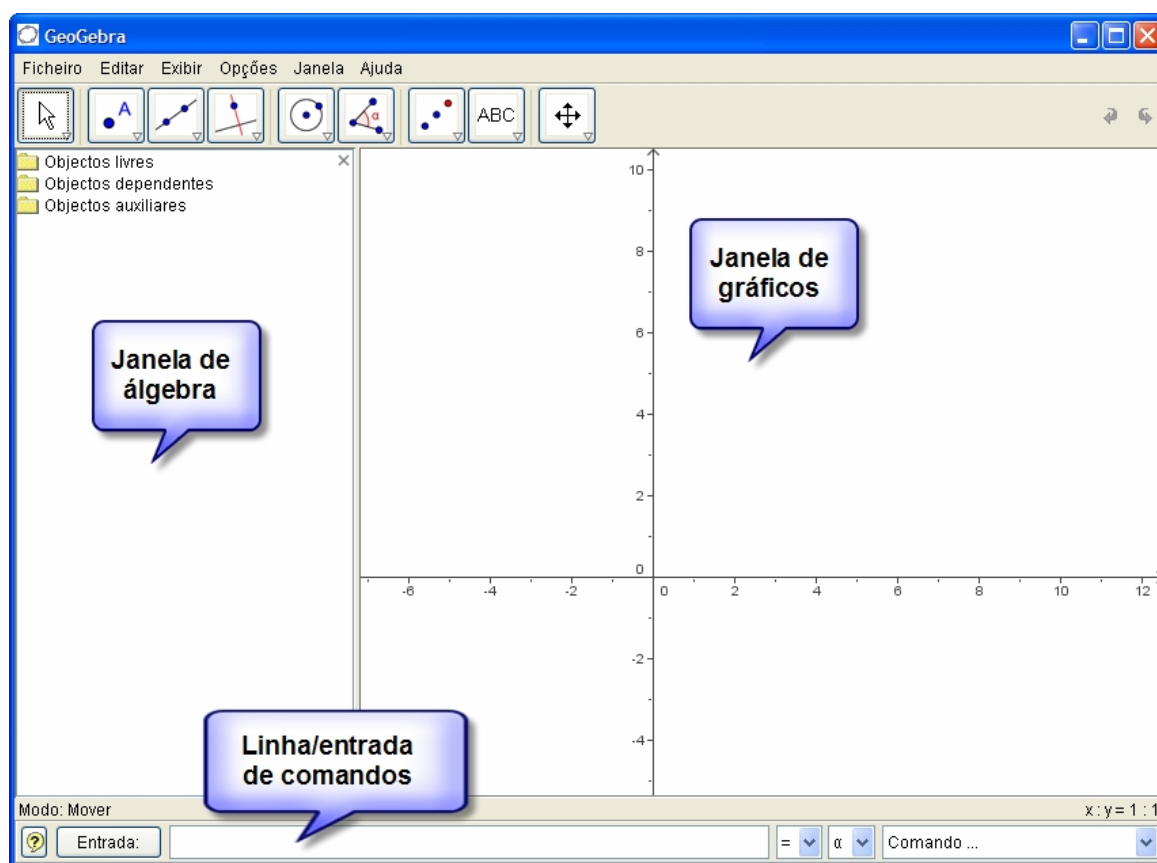
Este guia rápido permite familiarizar-se com *GeoGebra*, examinando três exemplos:

**Exemplo 1:** *Triângulo circunscrito numa circunferência.*

**Exemplo 2:** *Tangentes a uma circunferência.*

**Exemplo 3:** *Derivada e tangente à curva representativa da função num ponto.*

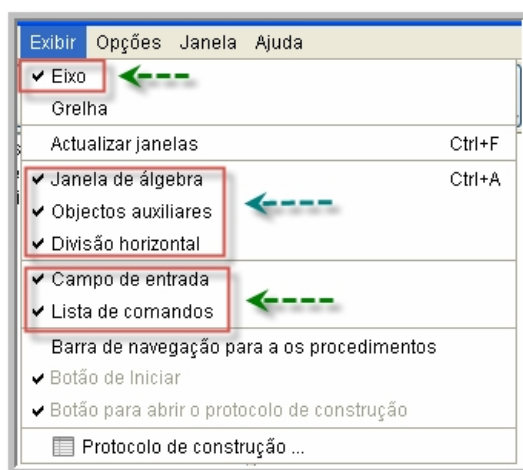
Ao iniciar o programa surge a seguinte *janela*:



É constituída por três partes:

- A Janela da esquerda **ou *janela de álgebra***, onde aparecem indicações dos objectos (coordenadas de pontos, equações de rectas, de circunferência, comprimentos, áreas ...);
- A janela da direita ou ***janela de gráficos*** ou ecrã de gráficos onde aparecem os pontos, figuras geométricas, ...). Apresenta um sistema de eixos coordenados;
- A ***linha/entrada de comandos***, zona destinada à entrada dos comandos/condições que definem os objectos.

Possível activar/desactivar a *janela de Álgebra*, a *janela dos gráficos* e a *linha de comandos* (se necessitarmos), utilizando o menu **Exibir**:

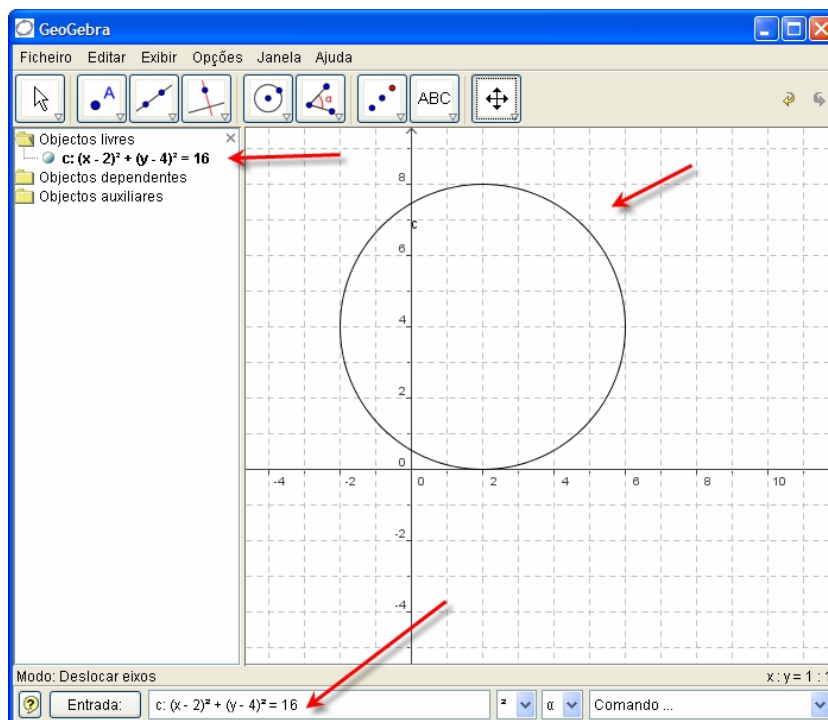


Com a ajuda do rato e com os *botões da barra de ferramentas* vamos construir figuras sobre a *janela de gráficos*). As coordenadas e equações aparecem na *janela de álgebra*.

Na **linha/entrada de comandos** podemos introduzir directamente as coordenadas, as condições, comandos, e as expressões que definem as funções que logo de seguida, são representados na *Janela de Gráficos* ao accionar a tecla **Enter**.

**Um exemplo:**


Desenhar a circunferência definida pela condição:  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$

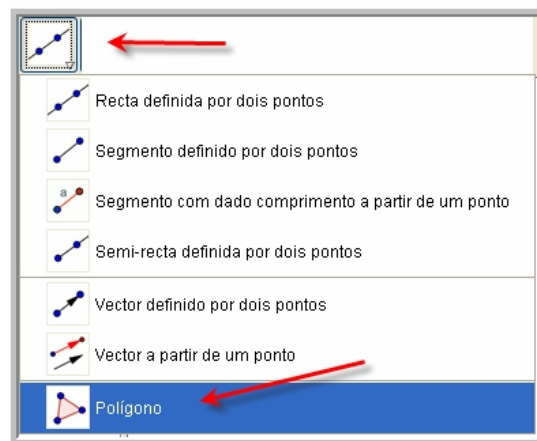


**Exemplo 1:**  
*Circunferência circunscrita num triângulo*

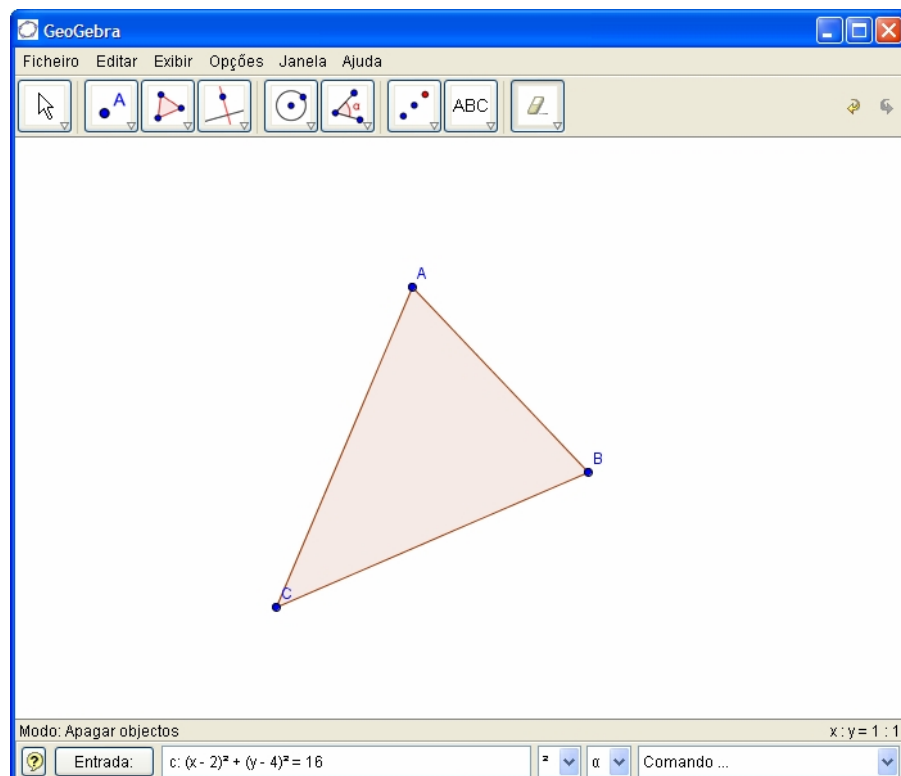
**1º Tarefa:** Construir uma circunferência circunscrita num triângulo.

1º passo: Construir o triângulo [ABC]

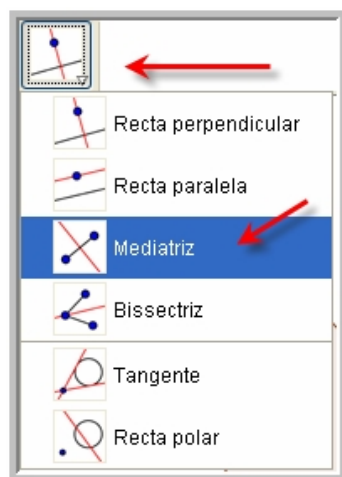
- Seleccionamos com um clique o botão  ;



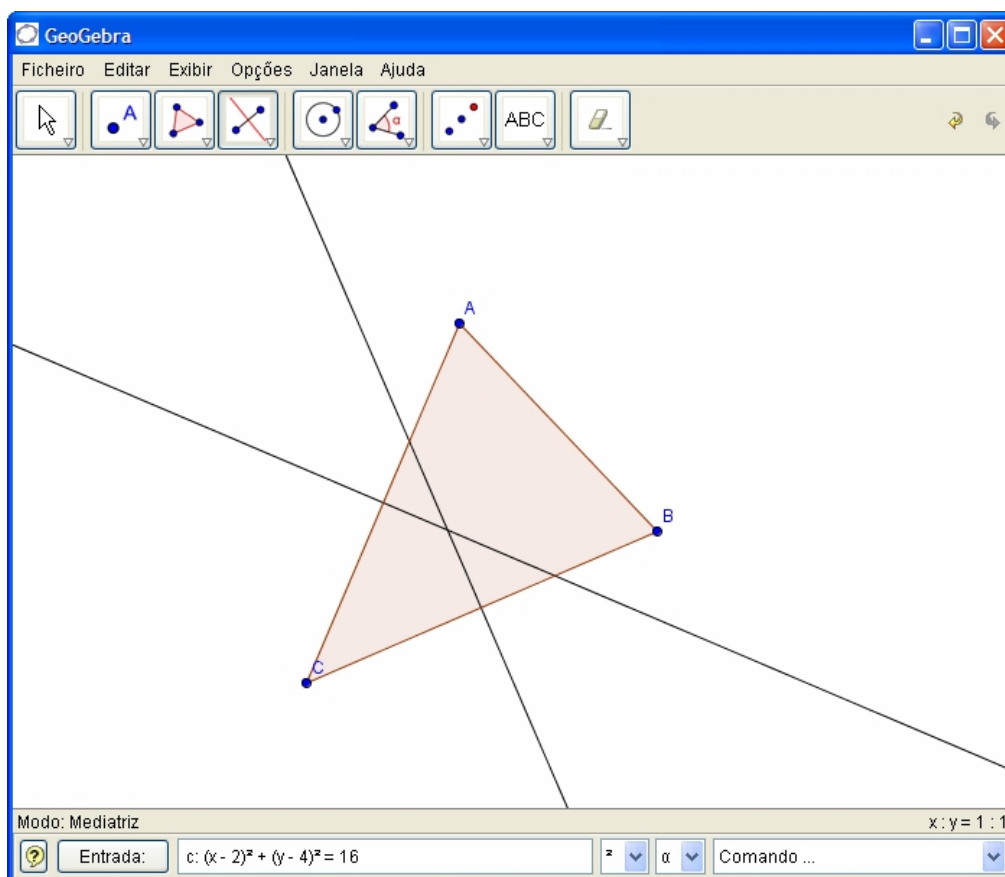
- Seleccionamos de seguida a opção Polígono e na *zona de Gráficos* damos um *clique* para definir o primeiro vértice **A** e em seguida o ponto **B** depois o ponto **C** e novamente o ponto **A**, dando um clique sobre este.



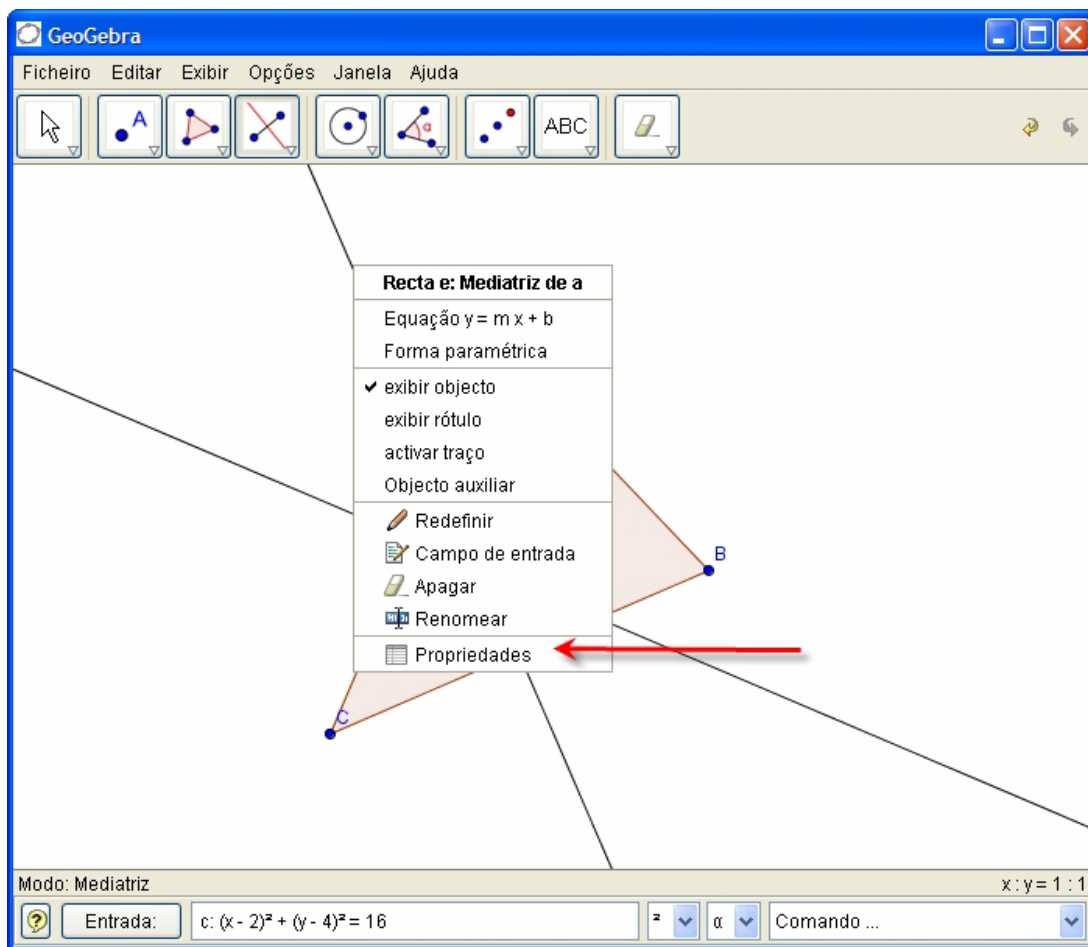
- Activamos a opção mediatriz;



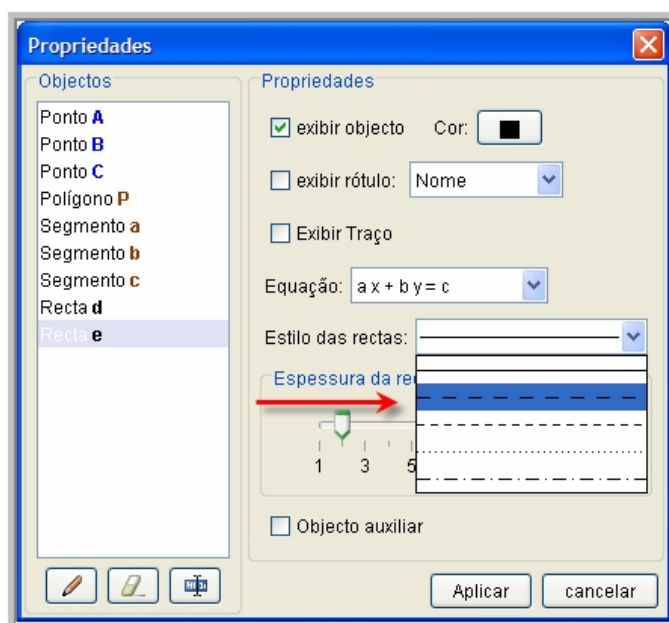
- Damos um *clique* sobre *dois* dos lados do triângulo;



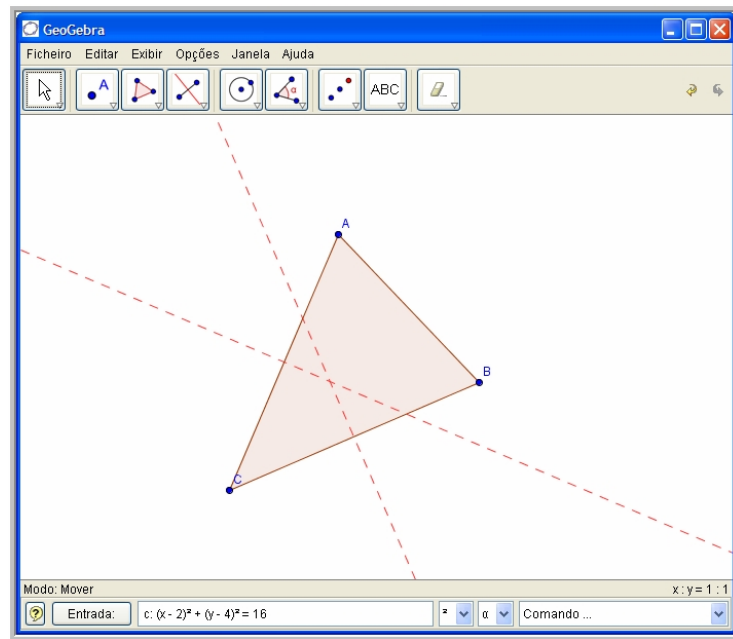
- Para alterar a linha para *tracejado*, com o botão do lado direito do *rato* sobre a recta, dê um *clique*, abrindo-se um *menu de contexto*:




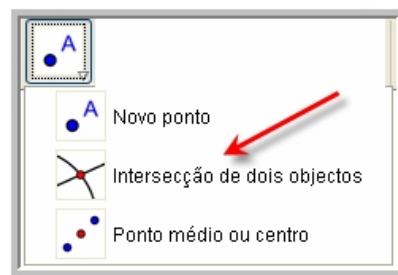
- Dê um *clique* na opção *propriedades* e altere-se o estilo da recta para *tracejado*:



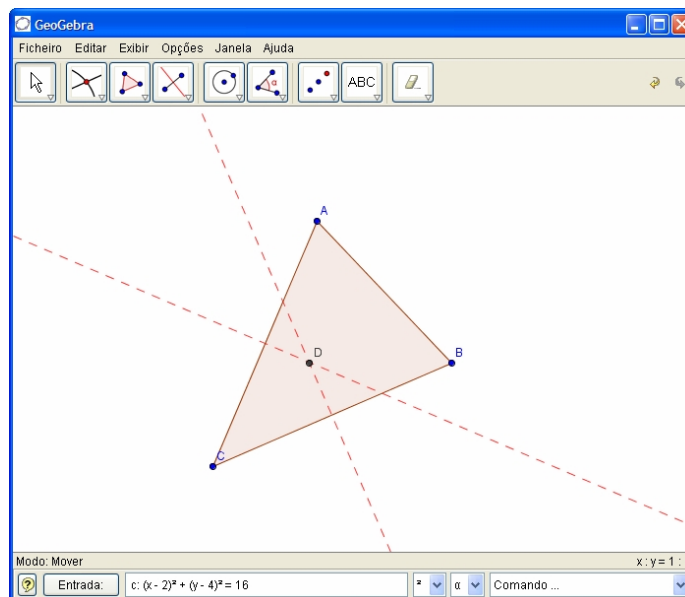
- Obtêm-se:



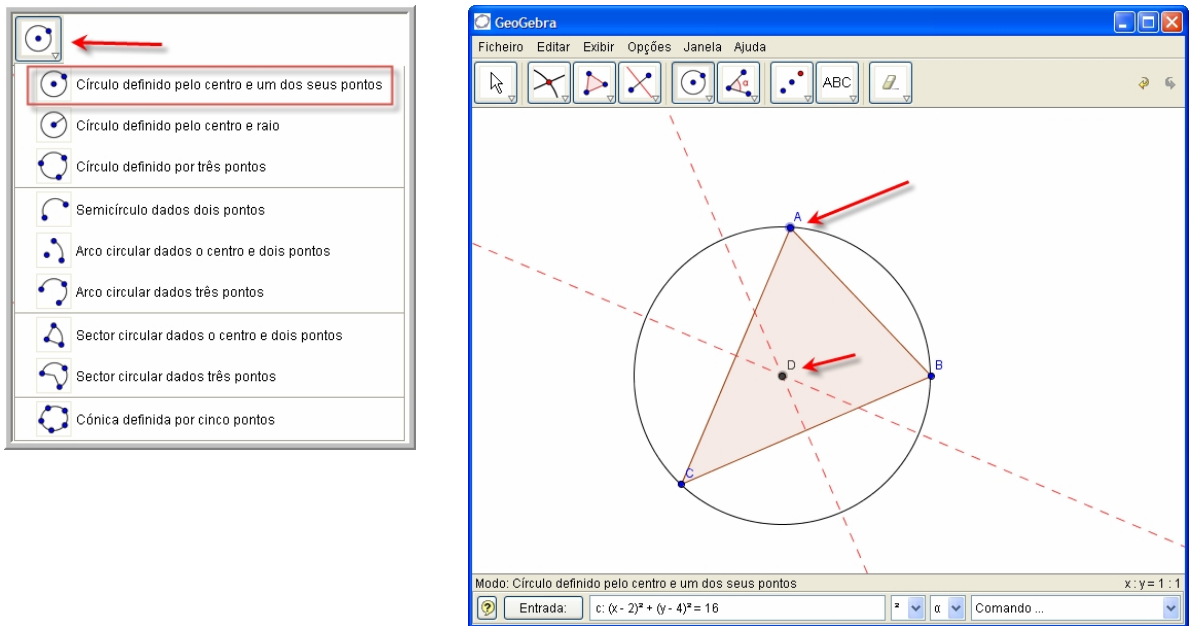
- Determina-se de seguida a intersecção das duas mediatrizes (*circuncentro*). Para este efeito selecciona-se o opção *intersecção de dois pontos* do botão ;



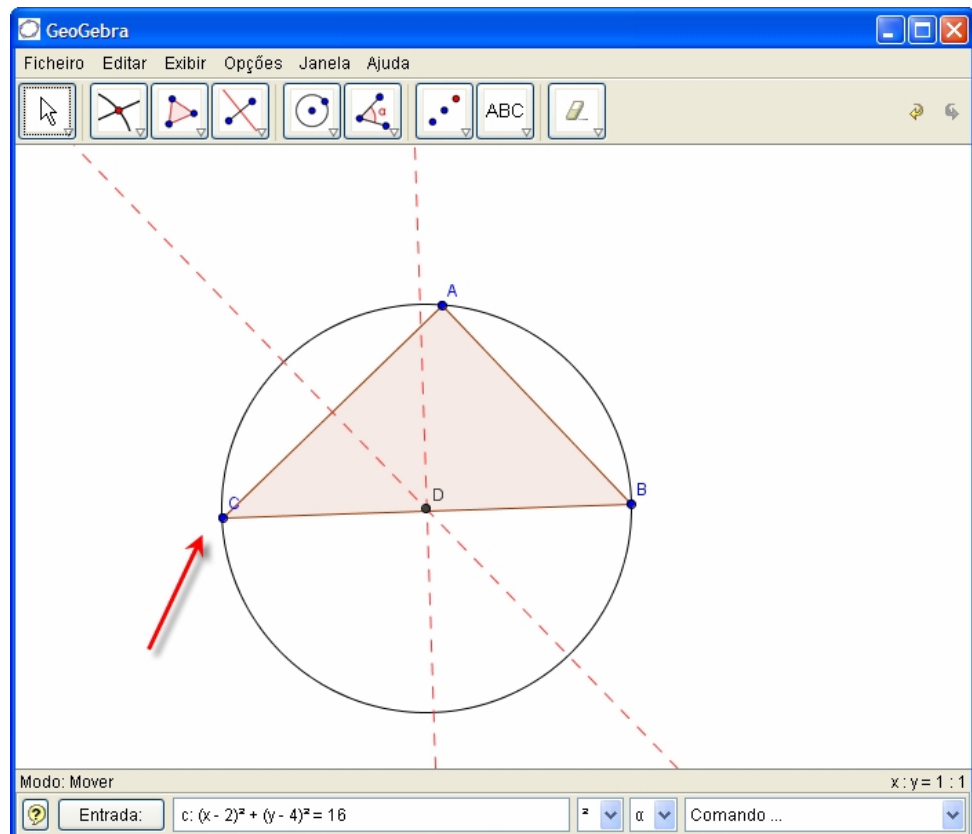
- Em seguida *dê um clique* sobre as duas rectas para obter o ponto de intersecção (*circuncentro*);



- Para acabar o exemplo é necessário definir a circunferência com centro em D (ponto de intersecção) e que passa num ponto (por exemplo A);



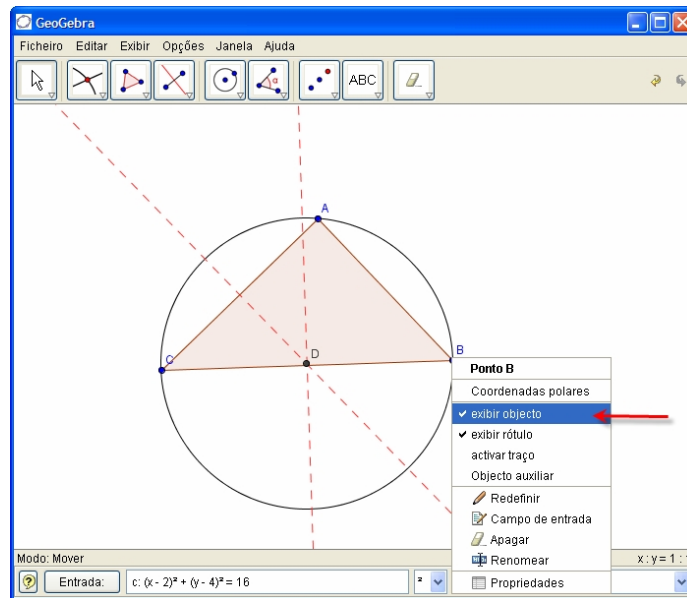
- Obtemos a circunferência que circunscreve o triângulo. Se agora arrastar um dos pontos pode verificar que a construção se mantém assim como todas as relações associadas.





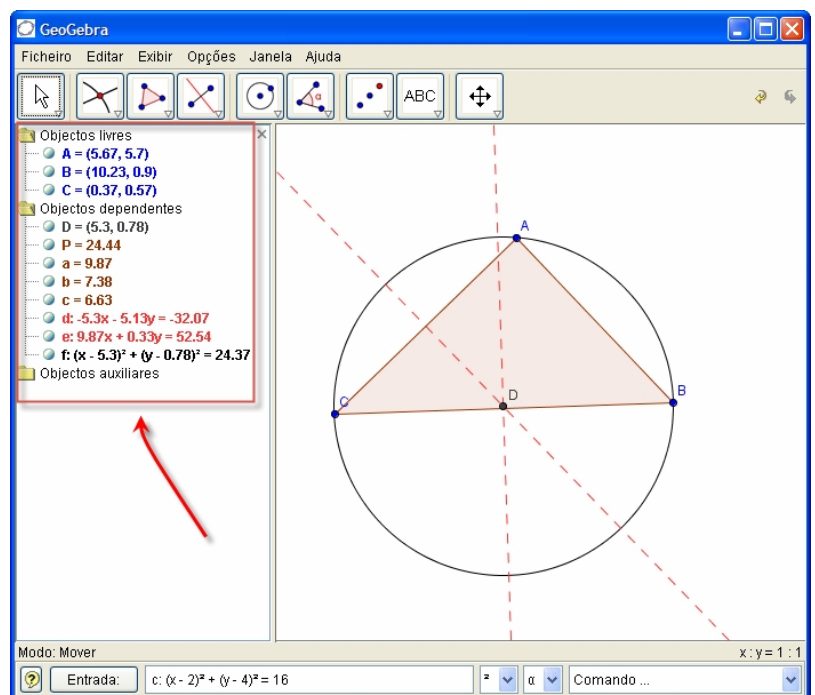
## Alguns truques:

- O comando **Desfazer (Ctrl+z)** do menu Editar é muito útil para rectificar e anular a(s) última(s) operação(ões);
- Todo o objecto **pode ficar invisível** se desactivar a opção exibir objecto do menu de contexto quando sobre aquele dê um *clique* com o botão do lado direito do rato;



- O comando **Desfazer (Ctrl+z)** do menu **Editar** é muito útil para rectificar e anular a(s) última(s) operação(ões);
- Todo o objecto **pode ficar invisível** se desactivar a opção **exibir objecto** do *menu de contexto* quando sobre aquele dê um *clique* com o botão do lado direito do rato; Permite também alterar a cor a espessura, etc, dos objectos;

- Pode activar a *janela de álgebra* e a *linha de comandos* quando quiser para termos acesso quer às coordenadas dos pontos quer às condições que definem quer a circunferência quer das rectas;



- O protocolo de construção está disponível no menu **Exibir** permite editar os passos dados para a construção de uma actividade:

Não.	Nome	Definição	Álgebra
1	Ponto A		$A = (5.67, 5.7)$
2	Ponto B		$B = (10.23, 0.9)$
3	Ponto C		$C = (0.37, 0.57)$
4	Polígono P	Polígono A, B, C	$P = 24.44$
4	Segmento c	Segmento[A, B] de Polígono	$c = 6.63$
4	Segmento a	Segmento[B, C] de Polígono	$a = 9.87$
4	Segmento b	Segmento[C, A] de Polígono	$b = 7.38$
5	Recta d	Mediatriz de b	$d: -5.3x - 5.13y = -32.07$
6	Recta e	Mediatriz de a	$e: 9.87x + 0.33y = 52.54$
7	Ponto D	ponto de intersecção de e, d	$D = (5.3, 0.78)$
8	Círculo f	Círculo com Centro D	$f: (x - 5.3)^2 + (y - 0.78)^2 = 24....$

## Construção utilizando a linha de comandos

Para construir o mesmo triângulo através da utilização da linha de comandos ou campo de texto.

Abra um novo documento (**Ficheiro > Novo** ou **CTRL+N**) e introduza os seguintes comandos accionando a tecla **Enter** no final de cada comando introduzido:

$$A = (2, 1)$$

$$B = (12, 5)$$

$$C = (8, 11)$$

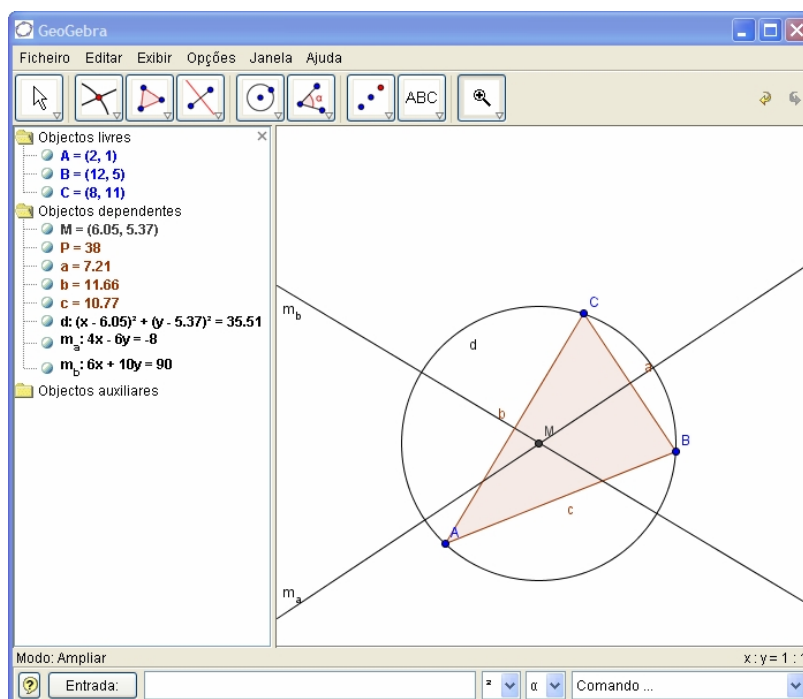
**Polígono[A,B,C]**

**m\_a=Mediatriz[a]**

**m\_b=Mediatriz[b]**

**M = Intersecção[m\_a,m\_b]**

**Círculo[M, A]**



## Alguns truques

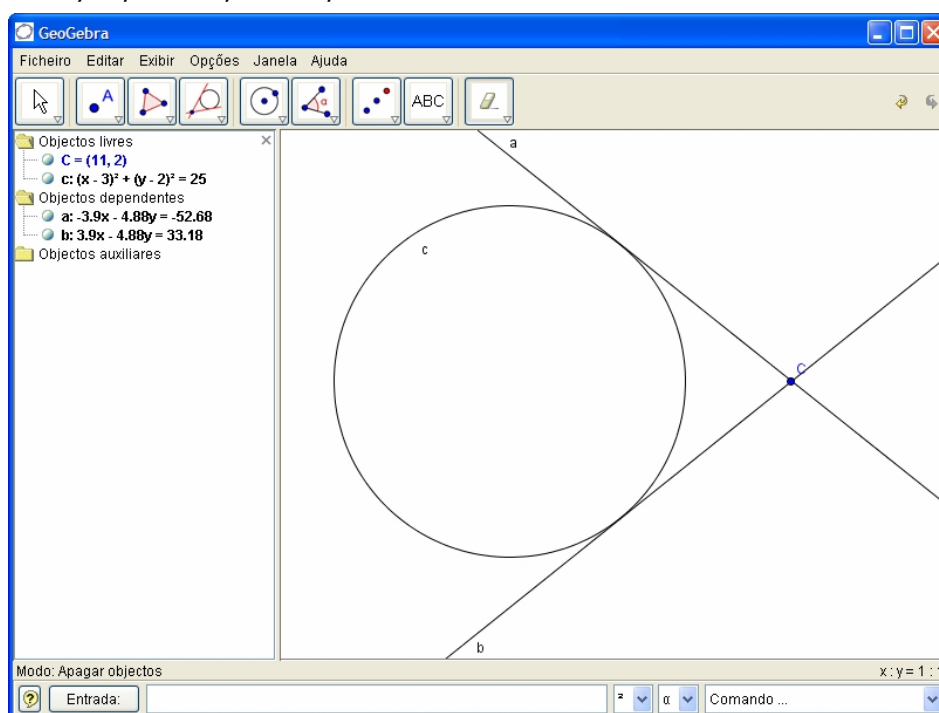
- Depois de se começar a introduzir as primeiras letras de um comando este completa-se. Se desejar o comando basta accionar a tecla **Enter** se não for esse o comando pretendido deve continuar a introduzir as restantes letras para o *GeoGebra* o reconhecer:
- Um clique sobre o botão de inserção de comandos (situado no lado direito da linha de comandos) permite introduzir directamente o comando desejado.



### Exemplo 2:

#### *Tangentes a uma circunferência*

**Objectivo:** Representar com *GeoGebra* a circunferência de equação  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$  e as duas tangentes que passam por um ponto *A* de coordenadas (11, 2).



Pode introduzir na linha de comandos:

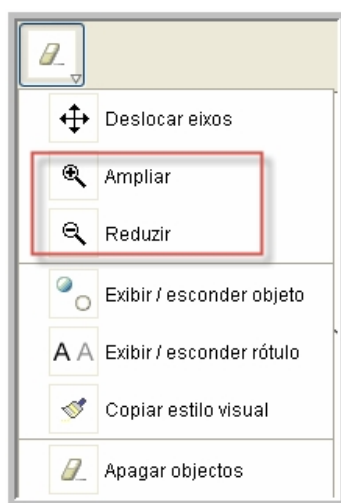
- A equação da circunferência  $c: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$  e accionar a tecla **Enter**;  
(Truque: o expoente <sup>2</sup> está disponível no menu situado imediatamente à direita da linha de comandos);
- O comando **c=centro[c]** e accionar **Enter**;
- O ponto **A = (11, 4)** para desenhar o ponto **A**;

Passa às opções dos menus para prosseguir:

- Selecciona **Tangentes** no menu do quarto ícone e selecciona com um clique o ponto **A** e a circunferência  $c$ .
- Acciona a tecla **Esc** e em seguida arraste o ponto **A**. Verifica ao lado que, as condições que definem as tangentes alteram-se dinamicamente assim como as coordenadas do ponto **A**.

### Alguns Truques:

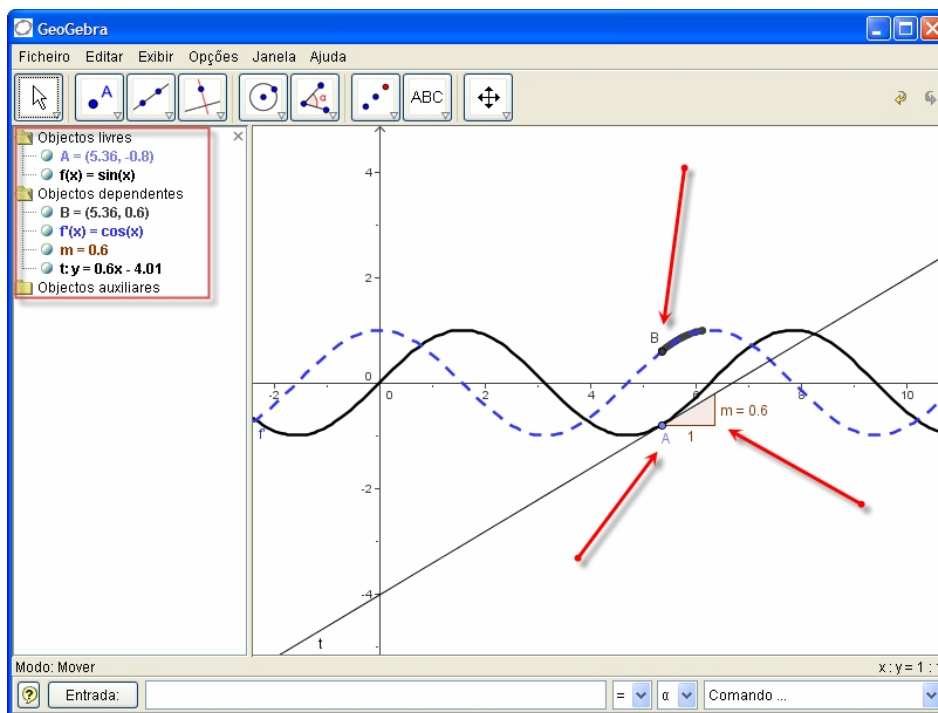
- Para aproximar a imagem com o comando **zoom**, basta dar um clique com o botão do lado direito do rato e seleccionar o tamanho desejado ou então obter uma janela de zoom através do botão ampliar ou reduzir dando vários cliques até obter o *zoom* desejado.



### Exemplo 3:

#### Derivada e tangente à curva representativa da função num ponto.

**Objectivo:** Representar graficamente a função seno, sua derivada e a tangente à curva no ponto, assim como o triângulo ilustrativo do declive da mesma.



#### Opção 1: O ponto está sobre o gráfico que representa a função $f$

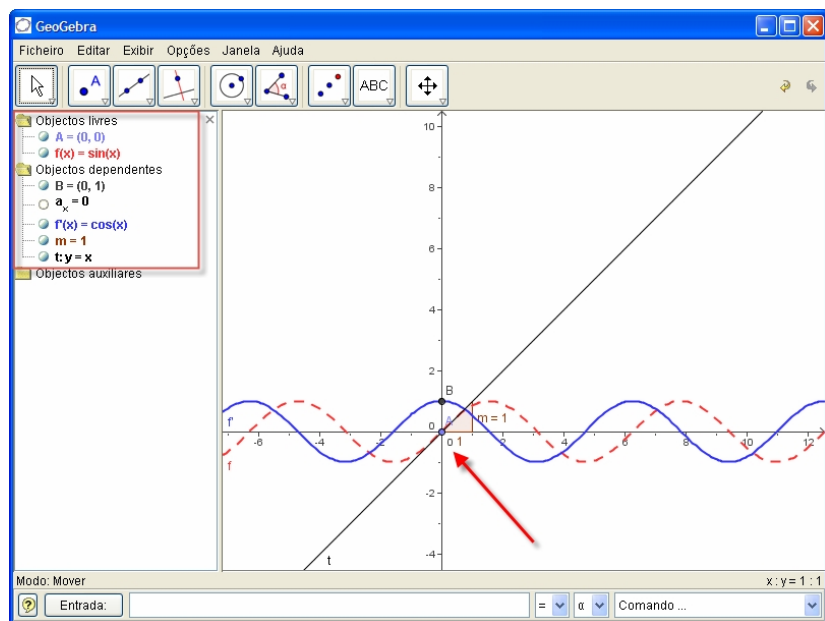
- Introduza na linha de comandos a função definida por  $f(x) = \sin(x)$  e accionar a tecla **Enter**.
- Selecciona a opção **Novo Ponto** e dê um *clique* sobre a representação gráfica da função  $f$  para criar um ponto **A** sobre o gráfico de  $f$ .
- Active a opção **Tangentes** e dê um *clique* sobre o ponto **A** e sobre a gráfico de  $f$ . Renomear  $t$  a tangente (dar um clique com o botão do lado direito sobre ela e **Renomear**)
- Introduza o comando  **$m = \text{declive}[t]$** .
- Selecciona a opção **Mover** e arraste o ponto **A** observando o movimento da recta tangente.
- Introduza  **$B = (x(A), m)$**  e active o *traço* deste ponto (*clique* direito com o botão do rato sobre **B** e **Activar traço**).

- Seleccione a opção **Mover** e arraste o ponto **A** observando o traçado da função derivada provocado por **B**.
- Introduzir o comando **derivada[f]**.

## Opção 2: Ponto pertencente ao gráfico de $f$ (utilização da linha de comandos)

Vamos realizar a mesma construção anterior mas de outro modo. Para começar, seleccionar **Ficheiro – Novo** para abrir um novo documento. De seguida introduza na *linha de comandos* os comandos seguintes, digitando **Enter** no final de cada comando:

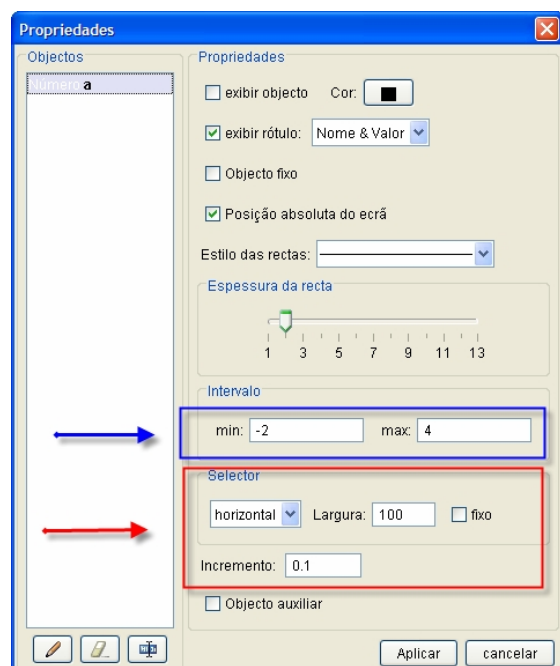
**f(x) = sin(x)**  
**ponto [ f (x) ]**  
**a\_x = x(A)**  
**t = tangente[a\_x,f]**  
**m = declive[t]**  
**B = (x(A), m)**  
**Derivada[f]**



**Selector:** Também se pode controlar o valor de número  $a$  utilizando um *selector*: dê um clique com o botão do lado direito sobre o ponto  $a$  na *janela de Álgebra* e seleccione a opção propriedades e em seguida defina o intervalo de variação de  $a$ .

Selecione o modo **Mover** e dê um *clique* sobre o número  $a$ . Accione *as teclas de movimento de cursor* para modificar o seu valor.

Imediatamente o ponto **A** e a recta tangente deslocam-se ao longo do gráfico da função  $f$ .



**Truque:** os *selectores* e as *teclas de movimento de cursor* são especialmente úteis para trabalhar com *parâmetros*, por exemplo  $a$ ,  $b$  e  $c$  na função quadrática definida por  $y = ax^2 + bx + c$ .

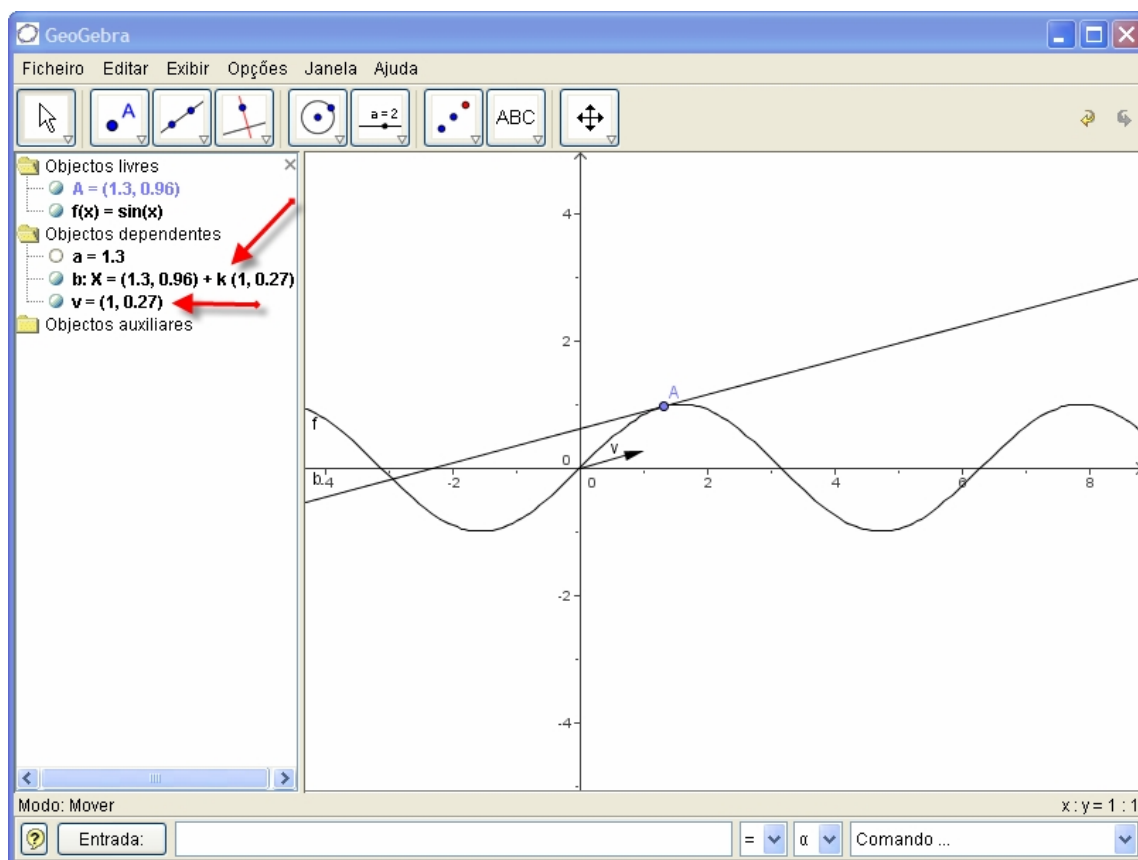
## Tangente sem recorrer ao comando

GeoGebra também trabalha com *vectores* e *equações paramétricas*. Assim será possível construir uma recta tangente  $t$  sem haver necessidade de recorrer ao comando **Tangente[]**. Para provar, apague a *tangente* da figura, com clique com o botão direito sobre a recta e seleccione **Apagar**. De seguida introduza os comandos seguintes:

$v = (1, f'(a))$  o símbolo ' a utilizar em  $f(x)$  deve ser o que se encontra na tecla que contém o ponto de interrogação)

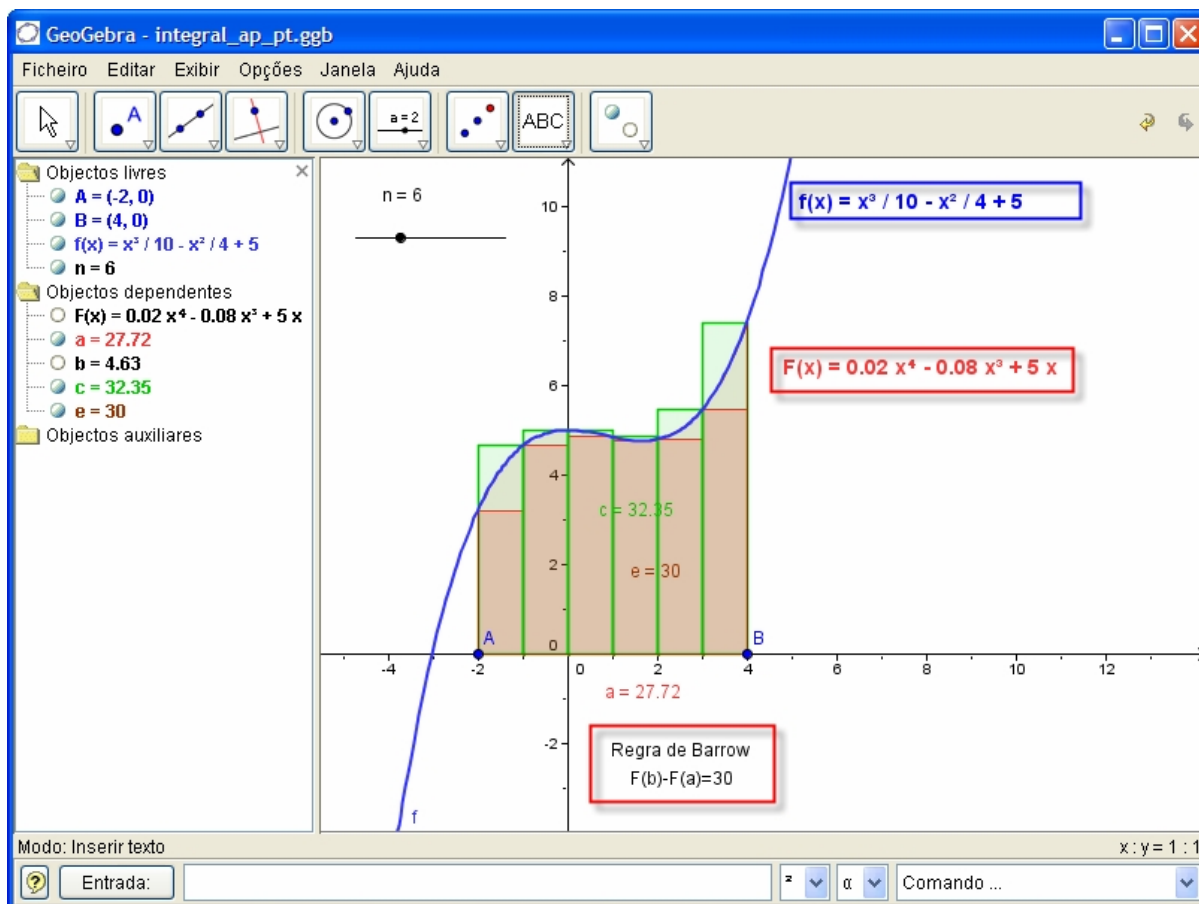
$$X = A + k \cdot v$$

$v$  é um vector director da recta tangente  $t$ . Pode-se utilizar, em lugar de  $k$ , qualquer outra letra como parâmetro.



## Outros truques

- Há outra possibilidade adicional para construir a tangente a partir do vector director  
 $t = \text{Recta}[A, v]$ .
- Experimente também o comando **Integral[f]**.





## Para saber mais ...

Estão convidados a visitar a página *web* de *GeoGebra* [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at) onde encontrarão muita informação complementar e diversificada como... a última versão do programa!

*GeoGebra* também permite criar facilmente páginas *web* dinâmicas porque não só exibem como permitem a interação desde qualquer *browser* (como *Firefox*, *Netscape*, *Safari* o *Internet Explorer*). A página *web* de *GeoGebra* oferece exemplos de este tipo além de outras informações e recursos.

Página web de <i>GeoGebra</i>	<a href="http://www.geogebra.at">www.geogebra.at</a>
Fórum de Utilizadores de <i>GeoGebra</i>	<a href="http://www.geogebra.at/forum">www.geogebra.at/forum</a>
GeoGebraWiki – banco de ficheiros educativos	<a href="http://www.geogebra.at/en/wiki">www.geogebra.at/en/wiki</a>

Para qualquer sugestão sobre o programa pede dirigir-se em inglês ou alemão ao autor Markus Hohenwarter( [Markus.Hohenwarter@sbg.ac.at](mailto:Markus.Hohenwarter@sbg.ac.at)) ou em português de Portugal a Jorge Geraldès ([jmbgeraldes@sapo.pt](mailto:jmbgeraldes@sapo.pt) | [www.jgeraldes.net](http://www.jgeraldes.net)).

*Tradução e adaptação em Português (de Portugal) de Jorge Geraldès.*